

Задача 2.1. Строительная компания выпускает отделочные стройматериалы. Руководство компании обратилось в консалтинговую фирму с целью изучения рынка сбыта новой продукции.

Предполагаемый спрос на продукцию компании: 15, 25, 35, 45 и 55 тыс. шт.

Доход при реализации стройматериалов составит 7 руб. за штуку.

Если продукция не будет продаваться, убытки составят 4 руб. за единицу продукции.

Если предприятие не будет удовлетворять спрос, убытки по неудовлетворенному спросу составят 1 руб. за штуку (для поддержания репутации фирмы).

Решение.

Условия, в которых находится компания, можно считать ситуацией полной неопределенности, поскольку отсутствует информация о вероятностях реализации альтернативных состояний внешней среды (спроса на отделочные стройматериалы). При этом, имеется информация о дискретных состояниях спроса (15, 25, 35, 45, 55 тыс. единиц продукции). В данных условиях решение об объеме производства продукции можно принимать, основываясь на следующих критериях: *maxmax*, *maxmin* (правило Вальда), *minmax* (правило Сэвиджа) и критерий Гурвица.

Для применения критериев необходимо построить матрицу решений.

При производстве 15 тыс. единиц продукции компания получит прибыль в следующих размерах при реализации различных состояний внешней среды (величины спроса на продукцию):

- если спрос составит 15 тыс. ед., то будет реализована вся произведенная продукция, и прибыль составит:
 $q_{11} = 15 \text{ тыс. шт.} \cdot 7 \text{ руб.} = 105 \text{ тыс. руб.};$

- если спрос составит 25 тыс. ед., то будет реализовано 15 тыс. ед., компания понесет убытки по неудовлетворенному спросу, а прибыль составит: $q_{12} = 15 \text{ тыс. шт.} \cdot 7 \text{ руб.} - 10 \text{ тыс. шт.} \cdot 1 \text{ руб.} = 95 \text{ тыс. руб.};$

- если спрос составит 35 тыс. ед., то будет реализовано 15 тыс. ед., компания понесет убытки по неудовлетворенному спросу, а прибыль составит: $q_{13} = 15 \text{ тыс. шт.} \cdot 7 \text{ руб.} - 20 \text{ тыс. шт.} \cdot 1 \text{ руб.} = 85 \text{ тыс. руб.}$;

...

В результате матрица решений Q будет иметь вид:

$$Q = \begin{pmatrix} 105 & 95 & 85 & 75 & 65 \\ 65 & 175 & 165 & 155 & 145 \\ 25 & 135 & 245 & 235 & 225 \\ -15 & 95 & 205 & 315 & 305 \\ -55 & 55 & 165 & 275 & 385 \end{pmatrix}$$

Критерий максимакса.

Рассматривая каждое решение, предполагаем самую удачную ситуацию с максимальным уровнем дохода:

- при производстве 15 тыс. ед. продукции: $a_1 = \max_1 q_{i1} = 105$;
- при производстве 25 тыс. ед. продукции: $a_2 = \max_2 q_{i2} = 175$;
- при производстве 35 тыс. ед. продукции: $a_3 = \max_3 q_{i3} = 245$;
- при производстве 45 тыс. ед. продукции: $a_4 = \max_4 q_{i4} = 315$;
- при производстве 55 тыс. ед. продукции: $a_5 = \max_5 q_{i5} = 385$.

Из представленных решений максимальным является доход в размере 385 тыс. руб., который может быть получен компанией при производстве 55 тыс. ед. продукции, что соответствует принятию пятого решения.

Критерий максимина (правило Вальда).

Рассматривая каждое решение, предполагаем самую неудачную ситуацию с минимальным уровнем дохода:

- при производстве 15 тыс. ед. продукции: $b_1 = \min_1 q_{i1} = 65$;
- при производстве 25 тыс. ед. продукции: $b_2 = \min_2 q_{i2} = 65$;
- при производстве 35 тыс. ед. продукции: $b_3 = \min_3 q_{i3} = 25$;

- при производстве 45 тыс. ед. продукции: $a_4 = \min_4 q_{i4} = -15$;

- при производстве 55 тыс. ед. продукции: $a_5 = \min_5 q_{i5} = -55$.

Из представленных решений максимальным является доход в размере 65 тыс. руб., который может быть получен компанией при производстве 15 тыс. и 25 тыс. ед. продукции, что соответствует принятию первого или второго решения. Таким образом, критерий Вальда предусматривает принятие второго или третьего решения.

Задача 2.2. Пусть задано 3 инвестиционных проекта, данные по которым приведены в таблице. Определить наименее рискованный проект.

Проект	Прибыль, ден. ед.	Число случаев, n	Общее число случаев, N	Доля вероятности, p_i
А	15	7	30	
	30	11	30	
	35	6	30	
	-20	4	30	
	-40	2	30	
Б	65			0,2
	45			0,4
	20			0,1
	-15			0,2
	-25			0,1
В	50	10	60	
	30	15	60	
	15	20	60	
	-10	10	60	
	-20	5	60	

Решение. Найдем математическое ожидание по каждому проекту:

$$\mu = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

$$\mu(A) = 0,23 \cdot 15 + 0,37 \cdot 30 + 0,2 \cdot 35 - 0,13 \cdot 20 - 0,07 \cdot 40 = 16,2 \text{ ден. ед.}$$

$$\mu(B) = 27,5 \text{ ден. ед.}$$

$$\mu(B) = 17,5 \text{ ден. ед.}$$

Проект	Прибыль, ден. ед.	Число случаев, n	Общее число случаев, N	Доля вероятности, p_i
А	15	7	30	0,23
	30	11	30	0,37
	35	6	30	0,2
	-20	4	30	0,13
	-40	2	30	0,07
Б	65			0,2
	45			0,4
	20			0,1
	-15			0,2
	-25			0,1
В	50	10	60	0,17
	30	15	60	0,25
	15	20	60	0,33
	-10	10	60	0,17
	-20	5	60	0,08

Найдем дисперсию по
каждому проекту:

$$\delta^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \cdot p_i$$

$$\delta_A^2 = (15 - 16,2)^2 \cdot 0,23 + (30 - 16,2)^2 \cdot 0,37 + (35 - 16,2)^2 \cdot 0,2 +$$

$$+ (-20 - 16,2)^2 \cdot 0,13 + (-40 - 16,2)^2 \cdot 0,07 = 526,1$$

$$\delta_B^2 = 1046,3$$

$$\delta_B^2 = 460,4$$

Найдем среднее квадратическое отклонение:

$$\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \cdot p_i}$$

$$\delta_A^2 = \sqrt{526,1} =$$

Найдем коэффициент вариации:

$$V = \sigma / \mu$$

$$V_A = 22,88 / 16,16 = 41,58 \%$$

$$VB=32.35/27.5=17.64\%$$

$$VB=21.46/17.49=22.7\%$$

Исходя из вышеприведенных расчетов можно сделать вывод, что наименее рисковым проектом является проект Б.

Ответ: проект Б – наименее рисковый.

Задача 2.3. Компания «Российские сыры» является производителем сырной пасты на экспорт. Необходимо принять решение, сколько ящиков сырной пасты следует производить в течение месяца. Вероятности того, что спрос на сырную пасту в течение месяца будет 6, 7, 8 или 9 ящиков, равны соответственно 0,1; 0,3; 0,5; 0,1.

Затраты на производство одного ящика равны 45 долл. Компания продает каждый ящик по цене 95 долл. Если ящик с сырной пастой не продается в течение месяца, то она портится и компания не получает дохода. Сколько ящиков следует производить в течение месяца?

Решение. Пользуясь исходными данными, строим матрицу игры. Стратегиями компании являются различные показатели числа ящиков с сырной пастой, которые ей следует производить. Состояниями внешней среды выступают величины спроса на аналогичное число ящиков.

Вычислим, например, показатель прибыли, которую получит производитель, если он произведет 8 ящиков, а спрос будет только на 7. Каждый ящик продается по 95 долл. Компания продала 7, а произвела 8 ящиков. Следовательно, выручка будет равна $7 \cdot 95 = 665$, а издержки производства 8 ящиков равны $8 \cdot 45 = 360$. Прибыль от указанного сочетания спроса и предложения будет равна $665 - 360 = 305$ долл. Аналогично производятся расчеты при других сочетаниях спроса и предложения.

В итоге получим следующую матрицу вероятных доходов в условиях частичной неопределенности:

Спрос Производство	6	7	8	9	\bar{Q}
	$p = 0,1$	$p = 0,3$	$p = 0,5$	$p = 0,1$	
6	300	300	300	300	300
7	255	350	350	350	340,5
8	210	305	400	400	352,5
9	165	260	355	450	317

На практике в подобных случаях решения чаще всего принимаются исходя из критерия максимизации средней ожидаемой прибыли или минимизации ожидаемых издержек. Следуя такому подходу, можно остановиться на рекомендации производить 8 ящиков, и для большинства лиц, принимающих решения, рекомендация была бы обоснованной.

Однако, расчет дополнительных индикаторов статистического метода оценки риска дает основания пересмотреть принятое решение.

Расчет дисперсии и стандартного отклонения:

Показатели	6	7	8	9
S^2_k	0	812,25	4061,25	5776,0
S_k	0	28,5	63,73	76,0
\bar{Q}	300	340,5	352,5	317

Из представленных результатов расчетов с учетом полученных показателей рисков очевидно, что производить 9 ящиков при любых обстоятельствах нецелесообразно, ибо средняя ожидаемая прибыль, равная 317, меньше, чем для 8 ящиков (352,5). При этом среднее квадратичное отклонение (76) для 9 ящиков больше аналогичного показателя для 8 ящиков (63,73). А вот целесообразно ли производство 8 ящиков по сравнению с 7 или 6 – не очевидно, так как риск при производстве 8 ящиков (63,73) больше, чем при производстве 7 ящиков (28,5) и тем более 6 ящиков (0). Решение должен принимать генеральный директор компании с учетом его опыта, склонности

к риску и степени достоверности показателей вероятностей спроса: 0,1: 0,3;
0,5: 0,1.